

باسمه تعالی  
نوزدهمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر  
**آزمون نظری نهایی دوم**  
چهارشنبه ۲۸ مرداد ۱۳۸۸

وقت: ۵ ساعت

زادی‌مقدم، شریفی، فروغمند

مسئله‌ی اول: نقاط همسایه ..... ۳۰ نمره

$n$  نقطه در صفحه داده شده‌اند. مختصات  $x$  و  $y$  این نقطه‌ها اعدادی حقیقی در بازه‌ی  $(0, n)$  هستند. الگوریتمی از مرتبه‌ی  $O(n)$  ارائه کنید که دو نقطه بیابد که فاصله‌ی آن‌ها حداکثر ۱ است، یا اینکه اعلام کند چنین جفتی از نقاط وجود ندارد.

مسئله‌ی دوم: بازسازی رشته‌ها ..... ۳۵ نمره

رشته‌ی  $S = c_1c_2 \dots c_n$  به طول  $n$  حرف را در نظر بگیرید. حروف این رشته از مجموعه‌ای دلخواه انتخاب شده‌اند. یک زیررشته از این رشته، تعدادی حرف آن است که بطور متوالی در رشته ظاهر شده‌اند. مساله بازسازی رشته به این صورت تعریف می‌شود:

همه‌ی  $1 \leq k \leq n$  زیررشته‌ی  $k$  حرفی از  $S$  داده شده‌اند. توجه کنید که ممکن است بعضی از این زیررشته‌ها چند بار در رشته‌ی  $S$  ظاهر شده باشند، در این صورت تعداد دفعات تکرار هر یک را نیز می‌دانیم. می‌خواهیم رشته‌ی اولیه را بازسازی کنیم. به عبارت دیگر رشته‌ای به طول  $n$  بیابیم که زیررشته‌های  $k$  حرفی‌اش دقیقاً منطبق بر زیررشته‌های داده شده (با همان تعداد دفعات تکرار) باشد. جواب مساله لزوماً یکتا نیست؛ ارائه‌ی یک بازسازی کافی است.

الگوریتمی از مرتبه‌ی چندجمله‌ای برای حل مساله بازسازی رشته ارائه کنید.

مسئله‌ی سوم: آخرین سوال نظری المپیاد کامپیوتر در زندگی من! ..... ۳۵ نمره

گراف وزن‌دار و جهت‌دار  $G$  با وزن‌های حقیقی و مثبت داده شده است. می‌دانیم که رئوس  $W = \{w_1, \dots, w_k\}$  در  $G$  هستند که وقتی حذف شوند،  $G$  تبدیل به DAG (گراف جهت دار بدون دور) می‌شود ( $1 \leq k < |V|$ ). راس  $s \in V - W$  را در نظر بگیرید. الگوریتمی از  $O(k(|V| + |E|))$  ارائه کنید که با گرفتن  $G$ ،  $W$  و  $s$  کم‌وزن‌ترین مسیر جهت‌دار از  $s$  به تمام رئوس دیگر  $G$  را بیابد.